

Maß und Zahl – Kunst und Zierde

Harmonikale Strukturen und die Fakultäten von 6, 7 und 11

Arithmetik, Astronomie, Geometrie und Musiktheorie waren zentrale Elemente der antiken Kultur und der allgemeinen Grundlagen des Wissens. Theon von Smyrna hat dieses Wissen in seinem Werk *„Mathematik für die Platonlektüre“* äußerst präzise dokumentiert, philosophisch eingeordnet und anschaulich präsentiert. Nach der Lehre der Pythagoreer sind die Zahlen das Prinzip, der Ursprung und die Wurzel aller Dinge.

Johannes Kepler verwendet den Begriff „wissbar“ in seinem 1619 erschienenen Hauptwerk *„Harmonices Mundi“* (Weltharmonik). Da Kepler sein Werk ursprünglich komplett auf Latein verfasste, entspricht dies im lateinischen Original dem Begriff *scibilis* (von *scire* = wissen/kennen), was in Standardübersetzungen wie der bekannten Übertragung von Max Caspar präzise mit „wissbar“ übersetzt wird. Ein regelmäßiges Vieleck, das sich geometrisch exakt konstruieren lässt – wie das gleichseitige Dreieck, das Quadrat oder das Fünfeck –, bezeichnet Kepler als „wissbar“. Für ihn ist diese Konstruierbarkeit der Beweis dafür, dass diese Formen einen festen Platz im göttlichen Bauplan des Universums haben. Vielecke, die sich mit klassischen Methoden nicht exakt konstruieren lassen (wie das regelmäßige Siebeneck), sind für ihn geometrisch „unwissbar“. Kepler war davon überzeugt, dass Gott die Welt nach geometrischen Urbildern erschaffen hat. Was für den menschlichen Geist „wissbar“ ist, spiegelt genau die Gedanken Gottes bei der Schöpfung wider.

Für Alexander von Humboldt ist der „Naturgenuss“ kein bloßes passives Konsumieren von Naturschönheiten, sondern ein aktiver Prozess der menschlichen Wahrnehmung. In den einleitenden Betrachtungen seines berühmten Spätwerks *„Kosmos – Entwurf einer physischen Weltbeschreibung“* gliedert er diesen Genuss in eine ganz bestimmte Hierarchie. Der dumpfe, instinktive Genuss ist vom Gefühl her wahrnehmend, aber ohne Einsicht. Der rein ästhetische Genuss erfasst das äußere Erscheinungsbild und regt die dichterische Schaffenskraft sowie die Kreativität in der Kunst an. Der intellektuelle, wissenschaftliche Genuss ist der wahre und der tiefste Naturgenuss. Er entsteht erst, wenn der Verstand die „innere Notwendigkeit“ und die Gesetze der Natur erkennt und durchdringt. Der vollkommene Naturgenuss verbindet das ästhetische Empfinden mit der rationalen Einsicht in die kosmische Ordnung. Die Natur muss sowohl gefühlt als auch erkannt werden.

Die Raster der Zahlenbeziehungen, die in den Prozessen der Arithmetik, der Geometrie und der Musik vorkommen, wurden schon in der Antike als die formenden Einflüsse hinter allem, was die Natur hervorgebracht hat, betrachtet. Die aus wissenschaftlicher Sicht „unwissbaren“ Zahlenbeziehungen sind jedoch genauso im Schöpfungsplan enthalten wie die „wissbaren“ Dinge.

Maß und Zahl – Kunst und Zierde
Kosmische Oktave – Wesen der Dinge
Grafiken, Skizzen, Tabellen, Gleichungen
zum Vortrag von Hans Cousto am 22. Juli 2026
auf dem Dao Dance Festival am Preddöhler Badensee

Intervalle – hörbare Zahlenverhältnisse

Die Obertonreihe basiert fundamental auf ganzen Zahlen. Das mathematische Prinzip dahinter ist ganz einfach: Jeder Teilton ist ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz. Dass nur ganze Zahlen vorkommen, liegt daran, wie Wellen auf einer Saite oder in einem Rohr entstehen. Ein Ton kann nur dauerhaft klingen, wenn die Welle exakt in das Instrument hineinpasst. Die Enden einer Gitarrensaite sind fest eingespannt. Dort kann sich die Saite nicht bewegen (Schwingungsknoten). Dazwischen kann die Saite nur so unterteilt werden, dass sich an den Enden wieder feste Knotenpunkte bilden. Das geht mathematisch nur über ganzzahlige Brüche der Saitenlänge. Ergänzungsintervalle sind in **Rot** dargestellt:

Saitenlänge: 1/1	Frequenz: f	Intervall: Grundton = Prime
Saitenlänge: 1/2	Frequenz: $2 \cdot f$	Intervall: Oktave
Saitenlänge: 1/3	Frequenz: $3 \cdot f$	Intervall: Duodezime = Quinte in der 1. Oberoktave
Saitenlänge: 2/3	Frequenz: $1,5 \cdot f$	Intervall: Quinte in der Grundoktave
Saitenlänge: 1/4	Frequenz: $4 \cdot f$	Intervall: Doppelte Oktave ($4 = 2^2$)
Saitenlänge: 3/4	Frequenz: $1,3 \cdot f$	Intervall: Quarte in der Grundoktave
Saitenlänge: 1/5	Frequenz: $5 \cdot f$	Intervall: Große Terz in der 2. Oberoktave
Saitenlänge: 2/5	Frequenz: $2,5 \cdot f$	Intervall: Große Terz in der 1. Oberoktave
Saitenlänge: 3/5	Frequenz: $1,6 \cdot f$	Intervall: Große Sexte in der Grundoktave
Saitenlänge: 4/5	Frequenz: $1,25 \cdot f$	Intervall: Große Terz in der Grundoktave
Saitenlänge: 1/6	Frequenz: $6 \cdot f$	Intervall: Quinte in der 2. Oberoktave
Saitenlänge: 5/6	Frequenz: $1,2 \cdot f$	Intervall: Kleine Terz in der Grundoktave
Saitenlänge: 1/7	Frequenz: $7 \cdot f$	Intervall: Naturseptime in der 2. Oberoktave
Saitenlänge: 1/8	Frequenz: $8 \cdot f$	Intervall: Dreifache Oktave ($8 = 2^3$)

In der theoretischen Obertonreihe resonieren die niedrigen Teiltöne am stärksten, allen voran der 1. Teilton (Grundton), gefolgt vom 2. Teilton (Oktave) und dem 3. Teilton (Duodezime respektive Quinte in der Oberoktave). Die Reihenfolge der Resonanzstärke ist jedoch weder rein kontinuierlich abnehmend noch direkt von der mathematischen Teilbarkeit der jeweiligen Ordnungszahl abhängig. Stattdessen wird die tatsächliche Stärke der Teiltöne in der Praxis durch die physikalische Bauform des Instruments, das Material und die Art der Anregung bestimmt.

Ein Paradebeispiel ist die Klarinette: Aufgrund ihres einseitig geschlossenen, zylindrischen Rohrs resonieren fast nur ungeradzahlige Teiltöne (1, 3, 5, 7). Die geradzahligen Teiltöne werden physikalisch ausgelöscht. Die Teilbarkeit spielt hier also eine Rolle, allerdings bezogen auf gerade respektive ungerade und nicht auf komplexe Teilerstrukturen.

Die reinen, schwebungsfreien Intervalle der Obertonreihe widersprechen sich mathematisch selbst, sobald man versucht, sie zu einem geschlossenen Tonsystem (wie beispielsweise dem Klavier mit 12 Tasten pro Oktave) zusammenzufügen. 12 reine Quinten (Frequenzverhältnis $3 : 2$) sind größer als 7 Oktaven. Mathematisch sieht die Rechnung wie folgt aus:

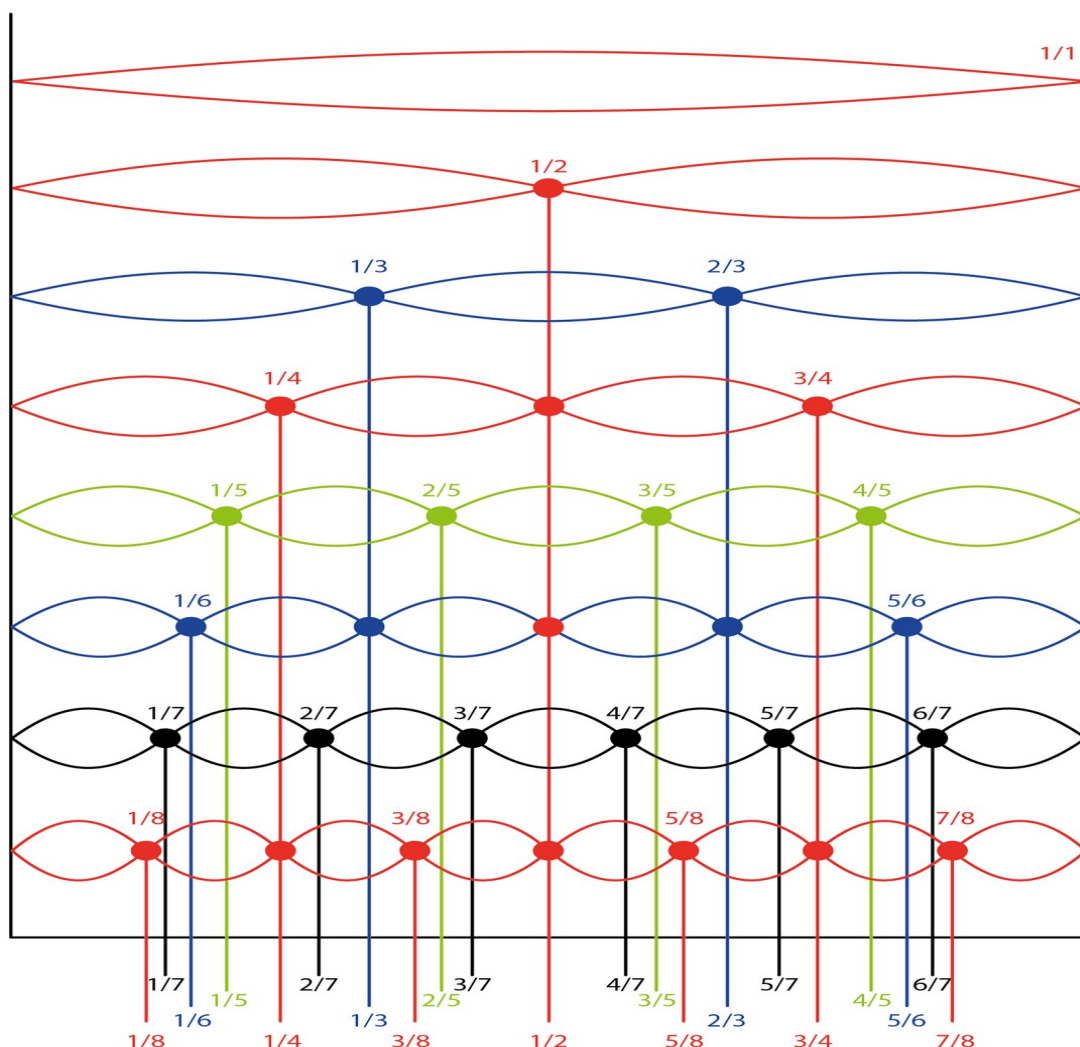
$$7 \text{ reine Oktaven } (2:1) \rightarrow 2^7 = 128$$

$$12 \text{ reine Quinten } (3:2) \rightarrow 1,5^{12} = 129.746 \dots$$

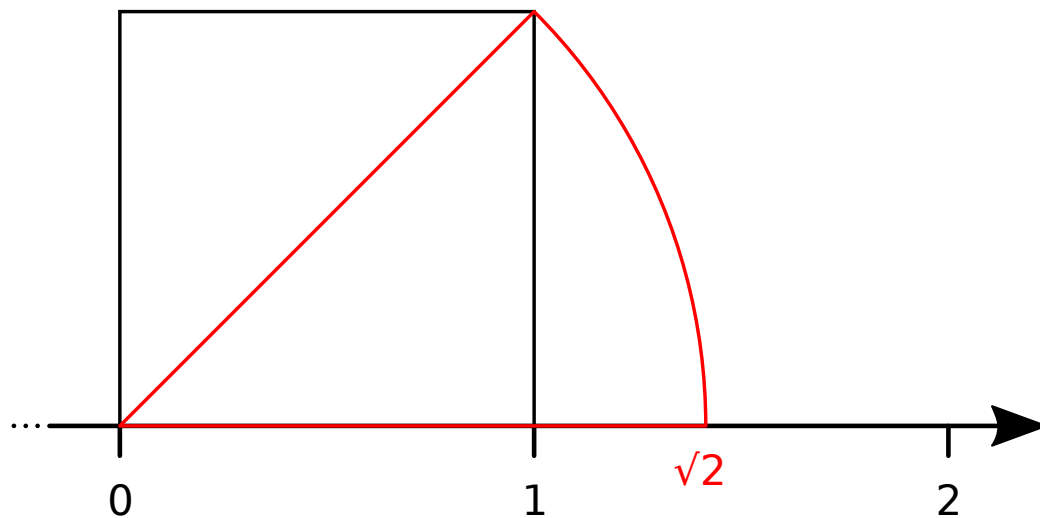
Das Ergebnis der reinen Quintenreihe ist etwas höher als das der reinen Oktavenreihe. Dieser winzige Unterschied heißt Pythagoreisches Koma (Intervallfaktor = $1,013\,643 \dots = 23,46$ Cent). Um das stimmtechnische Problem zu lösen wird in der gleichschwebenden Stimmung das Pythagoreische Koma exakt gleichmäßig auf alle 12 Halbtöne der Oktave aufgeteilt.

In der gleichschwebenden Stimmung wird das Pythagoreische Koma exakt gleichmäßig auf alle 12 Halbtöne der Oktave aufgeteilt. Der Frequenzschritt von einem Halbton zum nächsten ist konstant durch den Faktor 1,059 463 (die Zahl, die 12 mal mit sich selbst multipliziert die Zahl 2 ergibt) determiniert. Dadurch ist die Quinte minimal zu klein, die Quarte minimal zu groß und die große Terz ist sogar deutlich zu groß und schwebt gut wahrnehmbar. Nur die Oktaven sind in diesem Stimmungssystem rein. Reine Intervalle sind genau schwebungsfrei stimmbar und somit für den Instrumentenstimmer „wissbar“. Außer der Oktave sind alle Intervalle in der gleichschwebenden Stimmung nur annähernd genau (beliebig genau, jedoch niemals ganz genau) stimmbar und somit nicht „wissbar“ respektive sie erreichen nur in grober Annäherung den Bereich des „Wissbaren“.

In einer reinen Stimmung sind die Zahlenverhältnisse der Intervalle präzise wahrnehmbar. Die harmonikalen Strukturen erscheinen in voller Klarheit und nicht durch ein grobes Raster wie in der gleichschwebenden Stimmung. Die Struktur der Schwingungsverhältnisse gemäß einer reinen Stimmung sind in der folgenden Grafik ersichtlich.



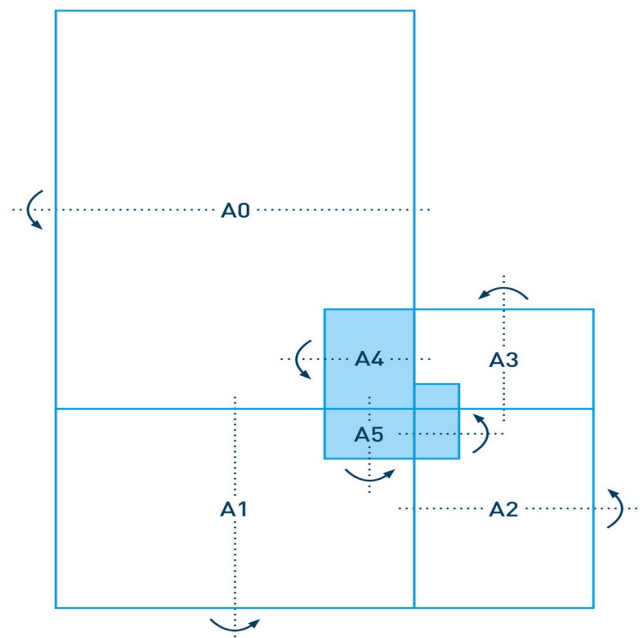
Wurzel aus 2 = 1,414 213 562 ... = Diagonale des Quadrates



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707\ 106\ 78...$$

Format	Fläche	Gewicht
A0	1,000 m ²	80 Gramm
A1	0,500 m ²	40 Gramm
A2	0,250 m ²	20 Gramm
A3	0,125 m ²	10 Gramm
A4	0,062 5 m ²	5 Gramm
A5	0,031 25 m ²	2,5 Gramm
A6	0,015 625 m ²	1,25 Gramm

Format	Höhe	Breite
A0	118,8 cm	84,0 cm
A1	84,0 cm	59,4 cm
A2	59,4 cm	42,0 cm
A3	42,0 cm	29,7 cm
A4	29,7 cm	21,0 cm
A5	21,0 cm	14,8 cm
A6	14,8 cm	10,5 cm



Berechnung der Wurzel aus zwei gemäß Theon von Smyrna

Theon startet mit einem einfachen Quadrat der Seitenlänge $S_1 = 1$ und der „behelfsmäßigen“ Diagonale $D_1 = 1$. Jede Stufe der Leiter baut auf den Werten der vorherigen Stufe auf. Die rekursive Formel lautet:

- Neue Seitenzahl: $S_{n+1} = S_n + D_n$
- Neue Diagonalzahl: $D_{n+1} = 2 \cdot S_n + D_n$

1. Stufe	$S_1 = 1$	$D_1 = 1$	$D_1 / S_1 = 1 / 1 = 1$
2. Stufe	$S_2 = 1 + 1 = 2$	$D_2 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	$D_2 / S_2 = 3 / 2 = 1,5$
3. Stufe	$S_3 = 2 + 3 = 5$	$D_3 = 2 \cdot 2 + 3 = 7$	$D_3 / S_3 = 7 / 5 = 1,4$
4. Stufe	$S_4 = 5 + 7 = 12$	$D_4 = 2 \cdot 5 + 7 = 17$	$D_4 / S_4 = 17 / 12 = 1,416\ 666\ 667$
5. Stufe	$S_5 = 12 + 17 = 29$	$D_5 = 2 \cdot 12 + 17 = 41$	$D_5 / S_5 = 41 / 29 = 1,413\ 793\ 103$
6. Stufe	$S_6 = 29 + 41 = 70$	$D_6 = 2 \cdot 29 + 41 = 99$	$D_6 / S_6 = 99 / 70 = 1,414\ 285\ 714$
7. Stufe	$S_7 = 70 + 99 = 169$	$D_7 = 2 \cdot 70 + 99 = 239$	$D_7 / S_7 = 239 / 169 = 1,414\ 201\ 1$
8. Stufe	$S_8 = 169 + 239 = 408$	$D_8 = 2 \cdot 169 + 239 = 577$	$D_8 / S_8 = 577 / 408 = 1,414\ 215\ 6$
9. Stufe	$S_9 = 408 + 577 = 985$	$D_9 = 2 \cdot 408 + 577 = 1.393$	$D_9 / S_9 = 1.393 / 985 = 1,414\ 213$
10. Stufe	$S_{10} = 2.378$	$D_{10} = 3.363$	$D_{10} / S_{10} = 1,414\ 213\ 624\ 895$
11. Stufe	$S_{11} = 5.741$	$D_{11} = 8.119$	$D_{11} / S_{11} = 1,414\ 213\ 551\ 646$
12. Stufe	$S_{12} = 13.860$	$D_{12} = 19.601$	$D_{12} / S_{12} = 1,414\ 213\ 564\ 214$
13. Stufe	$S_{13} = 33.461$	$D_{13} = 47.321$	$D_{13} / S_{13} = 1,414\ 213\ 562\ 057$
14. Stufe	$S_{14} = 80.782$	$D_{14} = 114.243$	$D_{14} / S_{14} = 1,414\ 213\ 562\ 427$
15. Stufe	$S_{15} = 195.025$	$D_{15} = 275.807$	$D_{15} / S_{15} = 1,414\ 213\ 562\ 364$
16. Stufe	$S_{16} = 470.832$	$D_{16} = 665.857$	$D_{16} / S_{16} = 1,414\ 213\ 562\ 375$
17. Stufe	$S_{17} = 1.136.689$	$D_{17} = 1.607.521$	$D_{17} / S_{17} = 1,414\ 213\ 562\ 373$

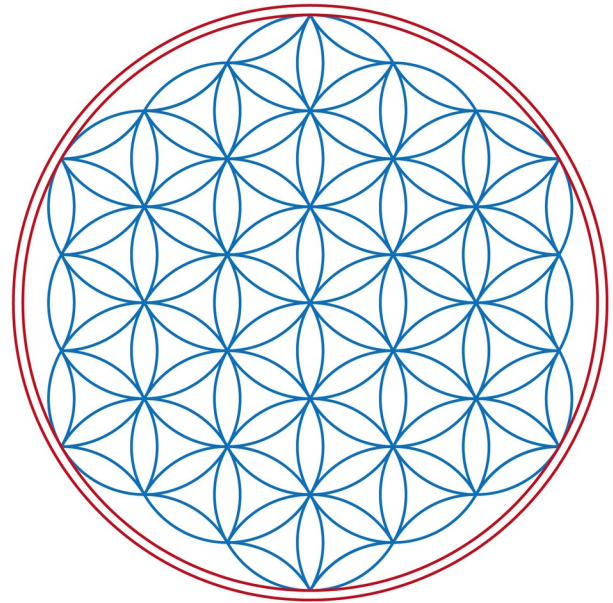
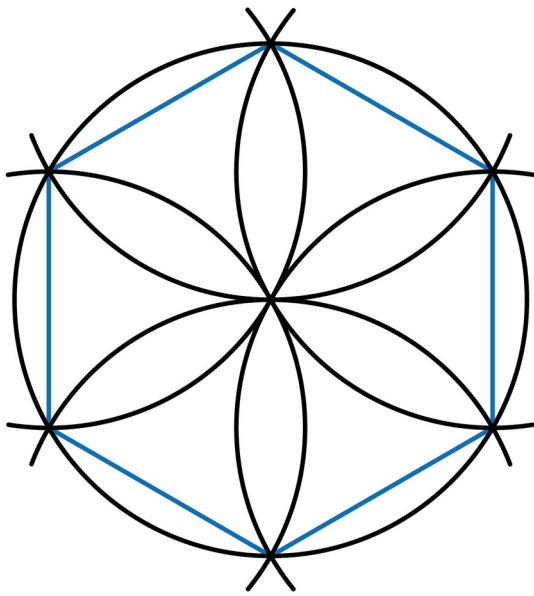
Die rekursive Formel für die Quadratwurzel aus **drei** lautet:

- Neue Seitenzahl: $S_{n+1} = S_n + D_n$
- Neue Diagonalzahl: $D_{n+1} = 3 \cdot S_n + D_n$

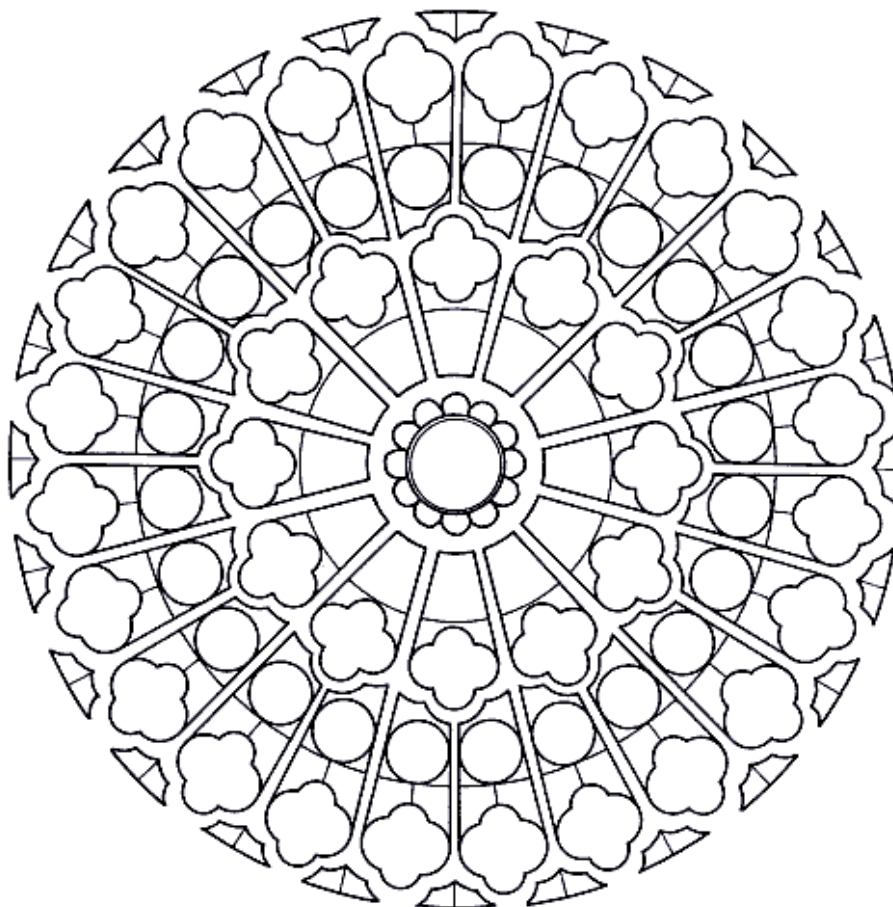
Die rekursive Formel für die Quadratwurzel aus **fünf** lautet:

- Neue Seitenzahl: $S_{n+1} = S_n + D_n$
- Neue Diagonalzahl: $D_{n+1} = 5 \cdot S_n + D_n$

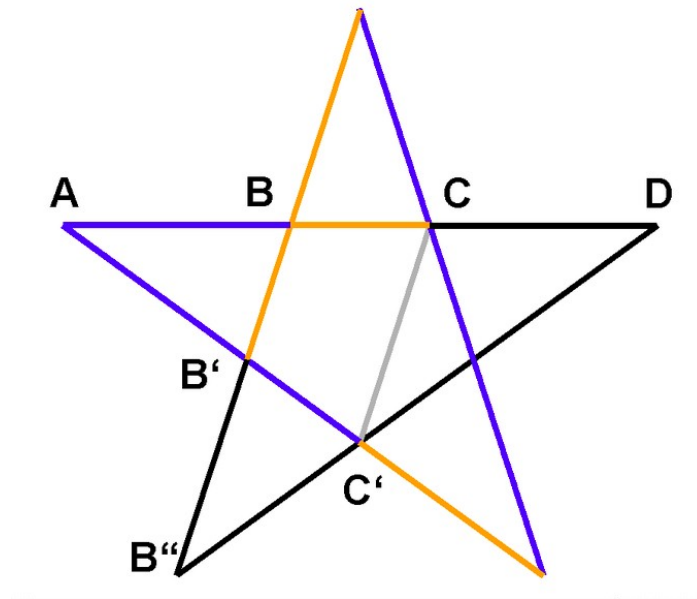
Strukturen auf Basis der Dreiteilung



Leicht zu konstruieren: Sechseck und Blume des Lebens



Strukturen auf Basis der Fünfteilung



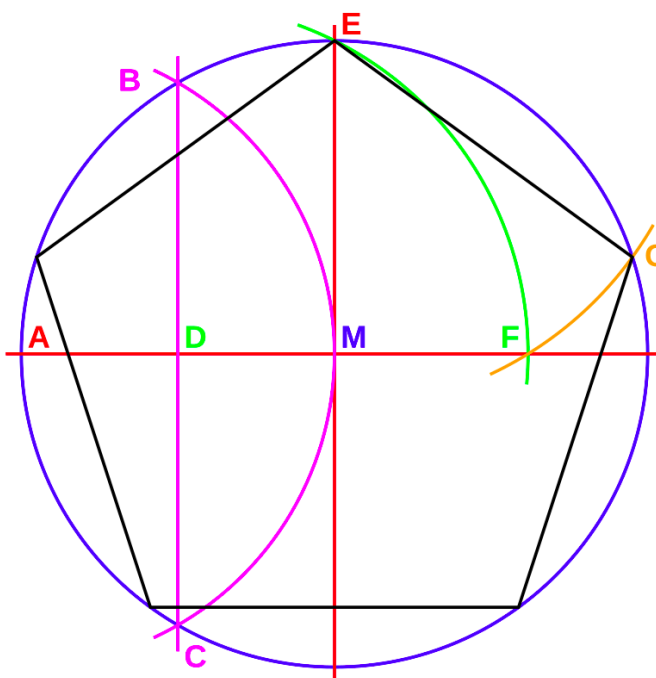
Das Pentagramm ist durch den Goldenen Schnitt (ϕ) geprägt. Es gelten folgende Verhältnisse:
 $AB \text{ zu } BC = AC \text{ zu } AB = AD \text{ zu } AC = 1,618... \text{ zu } 1 = \phi \text{ zu } 1$

$$\phi = AB / BC = AC / AB = (AB + BC) / AB$$

$$\phi = (1 + 5^{1/2}) / 2 = 1,618 \dots$$

$$1 / \phi = (5^{1/2} - 1) / 2 = 0,618 \dots$$

$$\phi^2 = 2,618 \dots$$



Konstruktion des Fünfecks

Zeichne einen Kreis (späterer Umkreis, blau) mit Radius r um den Mittelpunkt M .

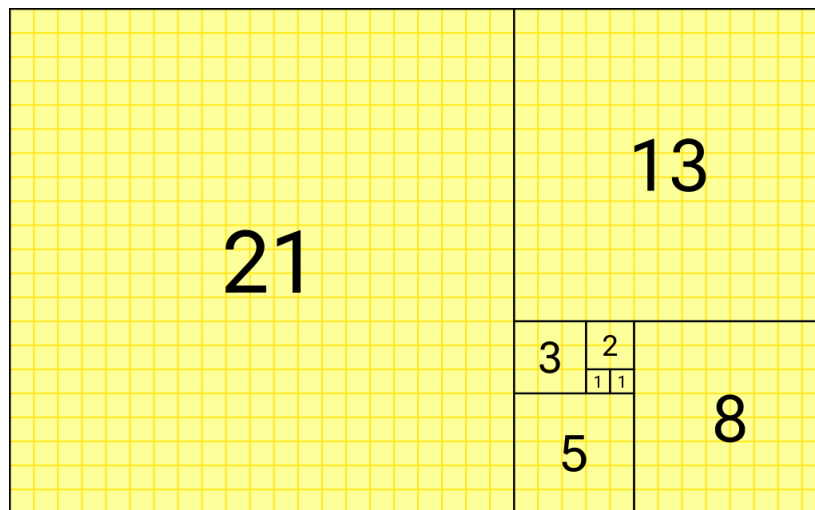
Zeichne zwei zueinander senkrechte Durchmesser (rot) ein.

Halbiere einen Radius (magenta, Punkt D).

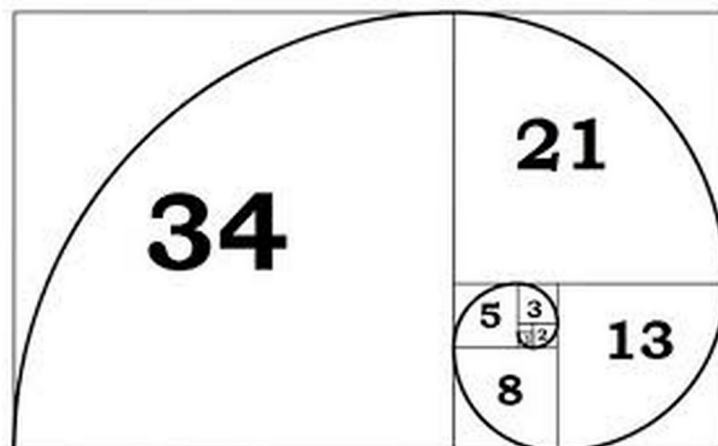
Zeichne einen Kreis (grün) mit dem Radius DE um Punkt D . Er schneidet die Gerade AM im Punkt F . Die Strecke EF ist die Länge der Seite.

Zum Abtragen auf dem Umkreis einen weiteren Kreisbogen (orange) mit Radius EF um E zeichnen. Er schneidet den ersten Kreis (blau) in G . Vorgang entsprechend wiederholen.

Fibonacci-Folge



Die Folge beginnt normalerweise mit 0 und 1, obwohl einige Autoren die Folge mit 1 und 1 oder manchmal (wie Fibonacci) mit 1 und 2 beginnen. Ausgehend von 0 und 1 beginnt die Folge mit 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,



Fibonacci-Spirale ist in der Natur allgegenwärtig.

Die Quadratwurzel aus 5 wie auch $\phi = 1,618 \dots$ sind aus geometrischer Sicht wissbar, da sie mit Zirkel und Lineal genau konstruierbar sind. Aus arithmetrischer Sicht sind sie nicht genau wissbar, da ihr Wert sich nicht als Verhältnis ganzer Zahlen beschreiben lässt. Mit Zahlen lässt sich ihr Wert zwar beliebig genau, jedoch nicht ganz genau beschreiben respektive darstellen. Die Quadratwurzel aus 4 lässt sich sowohl geometrisch wie auch arithmetisch ganz genau darstellen. Die Quadratwurzeln aus 2 und 3 sind aus arithmetrischer Sicht nicht genau wissbar, da ihr Wert sich nicht als Verhältnis ganzer Zahlen beschreiben lässt. Mit Zahlen lässt sich ihr Wert wie bei der Quadratwurzel aus 5 oder $\phi = 1,618 \dots$ zwar beliebig genau, jedoch nicht ganz genau beschreiben respektive darstellen.

Berechnung der Fibonacci-Zahlen Annäherung der Quotienten an den Goldenen Schnitt

1			
1			1 / 1 = 1,000000
1+1= 2			2 / 1 = 2,000000
1+2= 3			3 / 2 = 1,500000
2+3= 5			5 / 3 = 1,666667
3+5= 8			8 / 5 = 1,600000
5+8= 13			13 / 8 = 1,625000
8+13= 21			21 / 13 = 1,615385
13+21= 34			34 / 21 = 1,619048
21+34= 55			55 / 34 = 1,617647
34+55= 89			89 / 55 = 1,618182
55+89= 144			144 / 89 = 1,617978
89+144= 233			233 / 144 = 1,618056
377 / 233 = 1,618025751	144+233= 377		
610 / 377 = 1,618037135	233+377= 610		
987 / 610 = 1,618032787	377+610= 987		
1597 / 987 = 1,618034448	610+987= 1597		
2584 / 1597 = 1,618033813	987+1597= 2584		

Die Tabelle zeigt den Zusammenhang von den Fibonacci-Zahlen mit dem Goldenen Schnitt. Wenn wir uns die Zahlen in der Fibonacci-Reihe ansehen und die Verhältnisse zwei aufeinander folgenden Zahlen finden, werden wir bemerken, dass sie, je größer sie sind, sich zusehends dem Goldenen Schnitt annähern. Die richtigen Ziffern nach dem Komma sind jeweils in Grün dargestellt.

$$\varphi = 1,618\ 033\ 988\ 749\ 894\ 848\ \dots$$

Da $\varphi = 1,618\ \dots$ nicht als Quotient zweier ganzer Zahlen darstellbar ist und aus arithmetischer Sicht nicht wissbar ist, wird φ als irrationale Zahl bezeichnet – eben nicht als Ratio zweier ganzer Zahlen. In der heute üblichen Dezimalschreibweise werden irrationale Zahlen mit einer nichtperiodischen unendlichen Folge von Dezimalstellen dargestellt. Das heißt, solche Zahlen sind unendliche nichtperiodische Dezimalbrüche. Auch die Quadratwurzel aus 2 oder das Teilungsverhältnis des Goldenen Schnitts sind irrationale Zahlen. Dies gilt auch für die Eulersche Zahl e und die Kreiszahl π .

Die Eulersche Zahl $e = 2,718\ 281\ 828\ 459\ 045\dots$

Die Eulersche Zahl wird mit dem Symbol e bezeichnet. Sie ist eine mathematische Konstante, die in der gesamten höheren Mathematik eine zentrale Rolle spielt. Der Logarithmus zur Basis e wird als natürlicher Logarithmus bezeichnet und mit „ $\ln$ “ abgekürzt, der zur Basis 10 wird mit „ $\log$ “ abgekürzt. Zentrale Aspekte des Lebens lassen sich mit Hilfe von Logarithmen beschreiben. So nimmt zum Beispiel die Stärke eines Sinneseindrucks in Abhängigkeit von einer physikalischen Größe wie Helligkeit oder Lautstärke entsprechend dem Verlauf einer Logarithmusfunktion zu. Gleiches gilt für die wahrgenommene Tonhöhe in Abhängigkeit von der Frequenz eines Tones.

Logarithmen erlangten ihre historische Bedeutung durch den Zusammenhang

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y \quad \text{oder} \quad \ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y$$

der es erlaubt, eine Multiplikation durch eine Addition auszudrücken.

Die Zahl e wurde von Lenhard Euler durch die folgende Reihe definiert:

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$$

$$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} + \dots$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

0! = 1	1 / 1	= 1,000 000	1,000 000
1! = 1	1 / 1	= 1,000 000	1,000 000 + 1,000 000 = 2,000 000
2! = 2	1 / 2	= 0,500 000	0,500 000 + 2,000 000 = 2,500 000
3! = 6	1 / 6	= 0,166 667	0,166 667 + 2,500 000 = 2,666 667
4! = 24	1 / 24	= 0,041 667	0,041 667 + 2,666 667 = 2,708 333
5! = 120	1 / 120	= 0,008 333	0,008 333 + 2,708 333 = 2,716 666
6! = 720	1 / 720	= 0,001 389	0,001 389 + 2,716 666 = 2,718 055
7! = 5.040	1 / 5.040	= 0,000 198	0,000 198 + 2,718 055 = 2,718 253
8! = 40.320	1 / 40.320	= 0,000 025	0,000 025 + 2,718 253 = 2,718 278
9! = 362.880	1 / 362.880	= 0,000 003	0,000 003 + 2,718 278 = 2,718 281

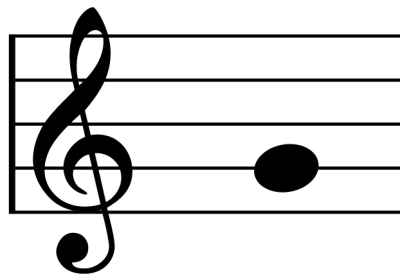
Harmonikale Strukturen und die Fakultäten von 6, 7 und 11

Einführung in die Ursprünge der alten Maßsysteme

Sonne und Mond am Himmel je 1/2 Grad groß
Kreis umfasst 360 Grad $\rightarrow 360 \times 2 = 720$
Tag dauert 1.440 Minuten $\rightarrow 1.440 : 2 = 720$
 $720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 6!$

Der Tag
24 Stunden

24 Stunden $\times 60 = 1.440$ Minuten
1.440 Minuten $\times 60 = 86.400$ Sekunden
 $64.400 = 6! \times 5! = 720 \times 120$
 $1 / 86.400 \text{ Sekunden} \times 2^{25} = 388,36 \text{ Hz}$
 $1 / 86.400 \text{ Sekunden} \times 33.554.432 = 388,36 \text{ Hz}$
 $2^{18} / (3^3 \times 5^2) = 262.144 / 675 = 388,36$



$1! = 1 \times 1 = 1$
 $2! = 1 \times 2 = 2$
 $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$
 $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
 $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
 $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$
 $7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5.040$
 $8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40.320$

$11! : 7! = 8 \times 9 \times 10 \times 11 = 7.920$
Durchmesser Erde in Meilen
1 Meile = 1,609 344 Kilometer

Äquatordurchmesser 12.756,27 km = 7.926,38 Meilen
Polardurchmesser 12.713,50 km = 7.911,01 Meilen

Mittlerer Durchmesser 7.920 Meilen
Mittlerer Radius 3.960 Meilen
 $7.920 = 6! \times 11 = 720 \times 11$

Monddurchmesser 3476,2 km von der Erde aus betrachtet
(Äquatordurchmesser) = 2.160,02 Meilen
Mondradius 1.738,1 km = 1.080,01 Meilen
1.080 = 10 x 108
Mond → Silber → Atomgewicht 108

Größenverhältnisse von Erde und Mond

Durchmesser der Erde: 7.920 Meilen
= 11! : 7! = 6! x 11 Meilen
= 8 x 9 x 10 x 11 Meilen

Radius der Erde: 3.960 Meilen = 6 x 660 Meilen

Durchmesser des Monde: 2.160 Meilen = 6! x 3 Meilen = 6 x 6 x 60 Meilen

Radius des Mondes: 1.080 Meilen = 10 x 108 Meilen

Radius der Erde: 3.960 Meilen
Radius des Mondes: 1.080 Meilen
Rad. Erde + Rad. Mond: 5.040 Meilen

5.040 Meilen = 7! Meilen = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 x 7 Meilen

Die Zahl 720

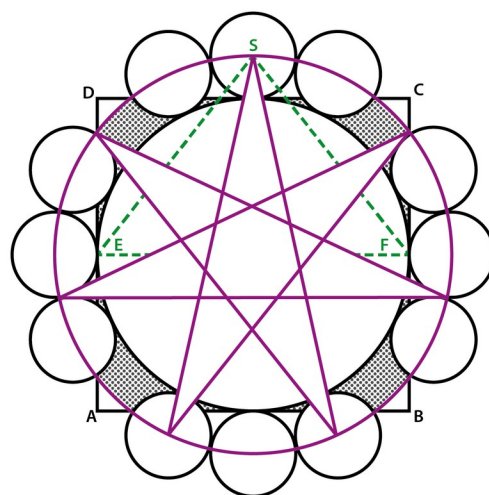
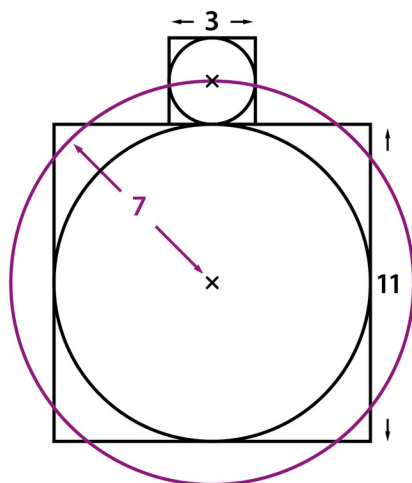
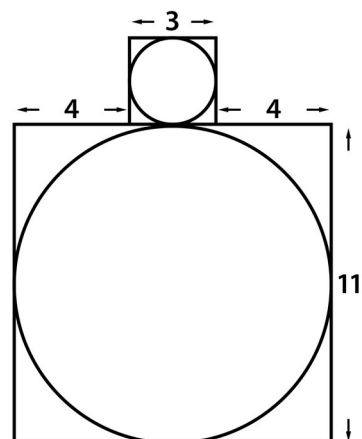
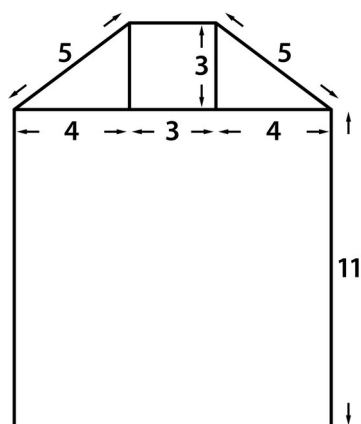
1 x 2 = 2! = 2
1 x 2 x 3 = 3! = 6
1 x 2 x 3 x 4 = 4! = 24
1 x 2 x 3 x 4 x 5 = 5! = 120
1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 = 6! = 720

720 x 2 = 1.440 = Zahl der Minuten eines Tages
720 : 2 = 360 = Zahl der Bogengrade eines Kreises
720 x 3 = 2.160 = Monddurchmesser in Meilen
720 x 11 = 7.920 = Erddurchmesser in Meilen

Höhe der Cheopspyramide nach alter Berechnung
Erddurchmesser : Sekundenzahl des Tages
(6! x 11) : (6! x 5!) = (720 x 11) : (720 x 120) → 7.920 Meilen : 86.400 = 0,091 667 Meilen

11 : 120 = 11 : 5! = 0,091 667
0,091 667 Meilen = 147,52 Meter

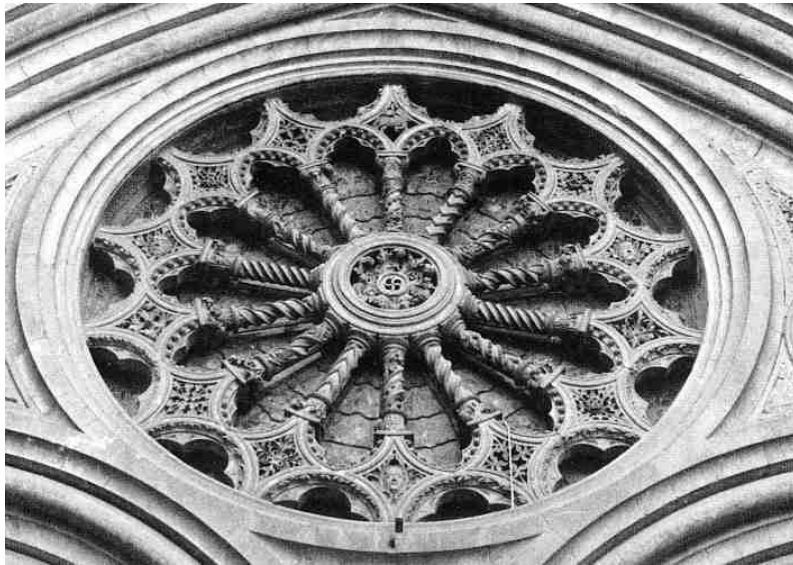
Die 7 und die 11 in der Geometrie für den Tempelbau



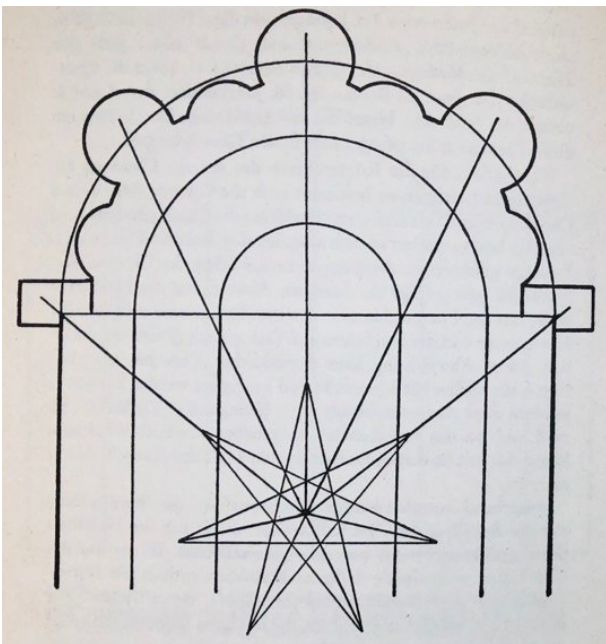
Das in Grün und gestrichelt dargestellte Dreieck entspricht dem Querschnitt der Cheopspyramide in Ägypten bei Kairo. Gemäß Flinders Petrie (1853–1942), Ägyptologe, wurde die Größe der Cheopspyramide dadurch bestimmt, dass sie $7 \times 40 = 280$ ägyptische Ellen (altägyptische Königselle) hoch und $11 \times 40 = 440$ Ellen breit war.

Es sei hier angemerkt, dass $22/7 = 3,142\ 857$ ist und eine recht präzise Annäherung zur Kreiszahl $\pi = 3,141\ 593$ ist. Diese Annäherung entspricht einer Genauigkeit von 0,4 Promille. Zum Vergleich: Unter Verwendung der Maßzahl der altägyptischen Königselle von John Michell, Forscher zu alten Maßsystemen und Verfasser zahlreicher Bücher, von (52,4398 cm) erhält man eine Grundkantenlänge für die Cheopspyramide von 440 Ellen = 230,735 m und eine Höhe von 280 Ellen = 146,8 m. Die Vermessung nach J. H. Coles (Regierungsauftrag 1925) zeigt einen Umfang an der Basis, gemessen von Eckstein zu Eckstein von 921,46 m → Seitenkante: 231,92 m beziehungsweise einen Umfang, gemessen an der Basis der Seitenkanten von 921,46 m → Seitenkante 230,36 m.

Die Siebenerteilung in der Struktur des Kirchenbaus

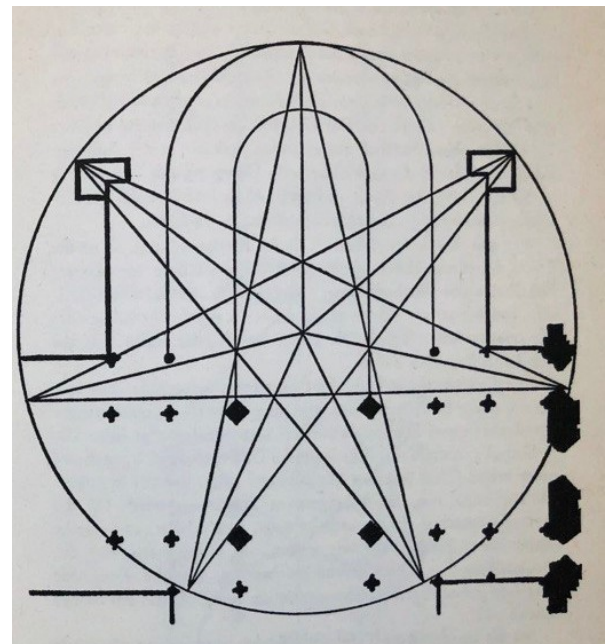


San Francesco Kirche in Assisi – Radfenster (um 1250), in der Unterkirche



Konstruktion des Absidengrundrisses

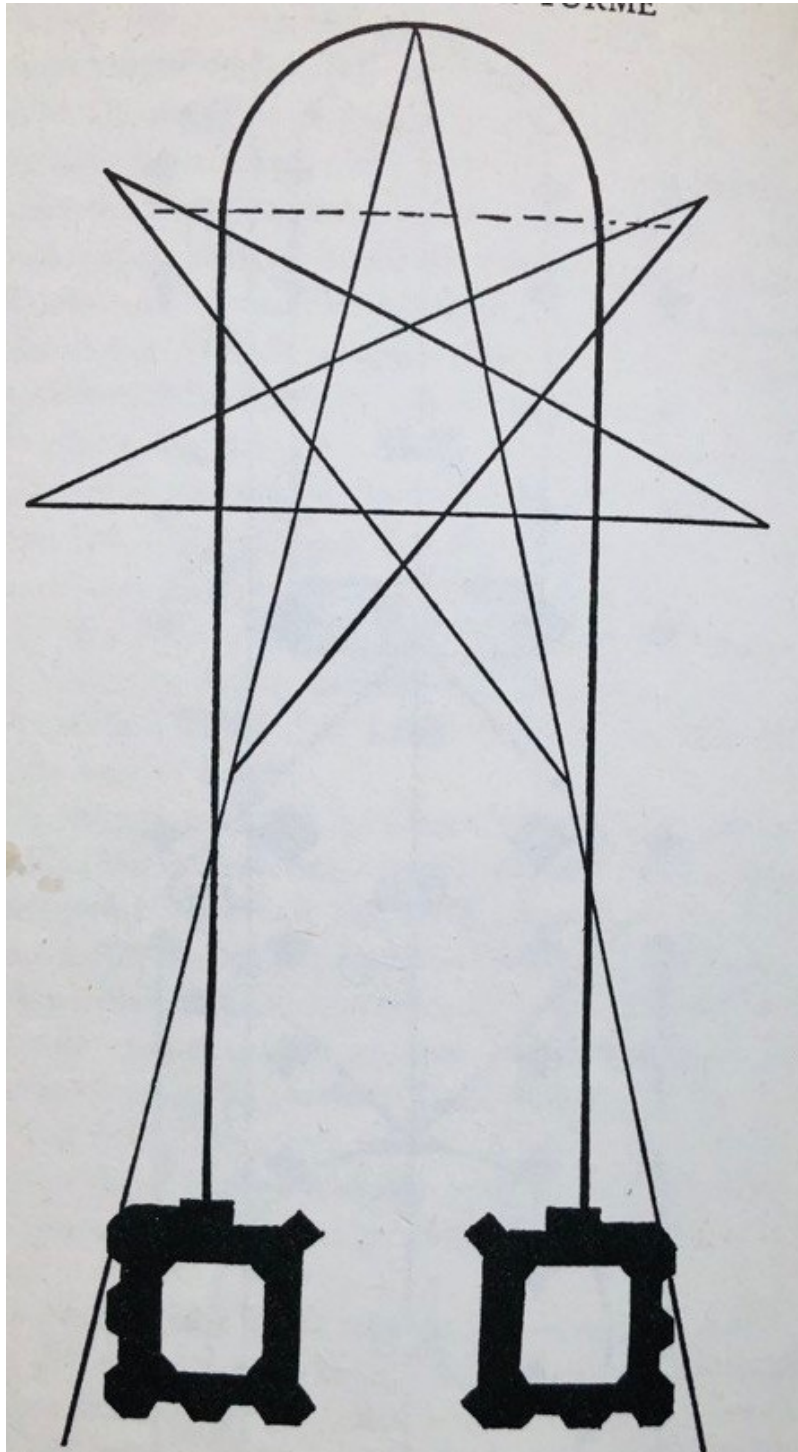
Die Chorabsis ist über einem Siebenstern konstruiert. Die Zentren der Kapellen sind zugleich Schnittpunkte des Leitkreises mit dem obersten Strahl des Siebensterns und den benachbarten Winkelhalbierenden.



Struktur des Querschiffes und der Absidentürme

Der Siebenstern markiert die grundlegende des Struktur Querschiffes und zwei der Sternspitzen markieren die äußeren Ecken der Türme, die den Chor am Eingang zur Absis einfassen.

Die Position der Türme der Kathedrale von Chartres



Obwohl die Türme der Westfassade bereits fünfzig Jahre vor Baubeginn des eigentlichen Kirchenschiffes errichtet worden sind, fügen sie sich genau in den durch den Siebenstern erfassten Bereich ein. Der Siebenstern ist in verschiedenen Teilen der Kathedrale maßgebend bei der Bauplanung gewesen und es ist eine Meisterleistung, dass diese Aspekte über eine Jahrzehnte lange Bauzeit so präzise eingehalten wurden.

Quellen- und Literaturverzeichnis

Louis Charpentier: *Die Geheimnisse der Kathedrale von Chartres*, Köln, Gaia Verlag 1972

Hans Cousto: *Die Kosmische Oktave*, Essen, Synthesis Verlag 1984

Alexander von Humboldt: *Kosmos: Entwurf einer physischen Weltbeschreibung*, Frankfurt am Main: Eichborn Verlag (Die Andere Bibliothek) 2004

Johannes Kepler: *Weltharmonik*. übersetzt und eingeleitet von Max Caspar. 4. unveränderter reprografischer Nachdruck der Ausgabe von 1939. Hrsg. im Auftrag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in München, Oldenburg Verlag 1982

John Michell: *City of Revelation*, New York, David McKay Comp. 1972

Thomas Posch: *Johannes Kepler – Die Entdeckung der Weltharmonie*, Darmstadt, wbg Academic 2017

Theon von Smyrna: *Mathematik für die Platonlektüre*, Hrsg: Kai Brodersen, zweisprachige Ausgabe, Darmstadt, wbg Academic 2021

**Wenn nicht mehr Zahlen und Figuren
Sind Schlüssel aller Kreaturen
Wenn die, so singen oder küssen,
Mehr als die Tiefgelehrten wissen,
Wenn sich die Welt ins freye Leben
Und in die Welt wird zurück begeben,
Wenn dann sich wieder Licht und Schatten
Zu ächter Klarheit werden gatten,
Und man in Märchen und Gedichten
Erkennt die ewgen Weltgeschichten,
Dann fliegt vor Einem geheimen Wort
Das ganze verkehrte Wesen fort.**

Novalis (1800)